

4ª LISTA DE MECÂNICA QUÂNTICA I - PG  
(2014-2)

1. Considere uma partícula em um poço infinito de largura  $a$ , sujeita a uma perturbação

$$V = \alpha \delta(x - a/3)$$

- (a) Calcule a correção em primeira ordem das energias. Identifique os níveis que não sofrem correções de primeira ordem e discuta fisicamente o porquê.  
(b) Calcule os três primeiros termos da correção de primeira ordem na função de onda do estado fundamental.

2. O hamiltoniano de um certo sistema é

$$H = \hbar\omega \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -i & 2 \\ 1 & 0 & 2i & 0 & 0 \\ 0 & -2i & 0 & 0 & 2 \\ i & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

onde o primeiro termo representa o hamiltoniano não perturbado e o segundo é a perturbação .

- (a) Calcule as correções de primeira e segunda ordem da energia do primeiro nível excitado.  
(b) Calcule a correção de primeira ordem dos autoestados do primeiro nível excitado.
3. Um oscilador harmônico simples em uma dimensão é sujeito a uma perturbação  $V = gX$ , onde  $g$  é uma constante real.
- (a) Calcule a menor correção não nula para a energia do estado fundamental.  
(b) Resolva o problema exatamente e compare a correção do item anterior com o que se obtém a partir da expansão da solução exata em potências de  $g$ .
4. Considere o um oscilador harmônico isotrópico em 2 dimensões, descrito pelo hamiltoniano

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} (x^2 + y^2) .$$

Aplica-se a perturbação  $V = gm\omega^2 xy$ , onde  $g \ll 1$ . Obtenha a correção dos três primeiros níveis de energia até 2ª ordem em teoria de perturbação e os autovetores associados até 1ª ordem.

5. Considere um sistema de dois níveis cujos estados estacionários são  $\{|1\rangle, |2\rangle\}$  com energias  $E_1$  e  $E_2 > E_1$ , respectivamente. Aplica-se sobre o sistema a perturbação dada pela matriz  $V(t) = g \cos \omega t \sigma_x$  na base  $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ . Suponha que em  $t = 0$  o sistema é preparado no estado  $|\psi(0)\rangle = |1\rangle$ . Encontre a probabilidade de transição para o nível  $|2\rangle$  como função do tempo, supondo que  $E_2 - E_1 \sim \hbar\omega$ .
6. Uma partícula move-se em uma dimensão e sua energia é dada pelo hamiltoniano  $H_0$ , cujas autofunções são  $u_n(x) = \langle x|u_n\rangle$  com energias conhecidas. Aplica-se sobre a partícula a perturbação na forma de um pulso propagante com velocidade  $c$ , representado pelo termo de interação  $V(t) = A\delta(x - ct)$ .
- (a) Suponha que em  $t \rightarrow -\infty$  a partícula encontre-se no estado fundamental  $|u_0\rangle$ . Obtenha a probabilidade de transição para um estado final  $|u_n\rangle$  quando  $t \rightarrow +\infty$ .  
(b) Utilize a decomposição de Fourier da função delta

$$\delta(x - ct) = \frac{1}{2\pi c} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{i\omega[(x/c)-t]},$$

e discuta a conservação da energia para tempos longos.